

文章编号: 1000-7598-(2003)04-0518-04

分层总和法计算沉降的几点改进

徐金明¹, 汤永净²

(1. 上海大学 土木工程系, 上海 200072; 2. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘 要: 利用 Matlab6.1 平台, 通过编制可视化应用程序, 对分层总和法计算沉降的传统方法作了较大的改进, 地基中的附加应力采用原始积分公式, 压缩曲线采用双曲线形式, 使用非线性最小二乘法进行拟合处理, 压缩层计算深度与分层厚度不再受到限制, 数据输入、输出及沉降计算过程均通过可视化界面进行操作, 不再需要通过查表、查图计算基础底面的沉降, 计算过程简单便利, 计算结果重复性好, 具有较大的实际应用价值。

关 键 词: 分层总和法的改进; 土的应力与孔隙比; 沉降; 可视化编程

中图分类号: TU 4 文献标识码: A

Several promotions on layerwise summation method to calculate foundation settlements

XU Jin-ming¹, Tang Yong-jing²

(1. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China;

2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Using Matlab6.1 platform and related visual program language, several promotions are presented to calculate foundation settlements by layerwise summation method. Initial additional stress formula and nonlinear least square method are used to calculate soil's stress and void ratio, respectively. The settlement calculation depth and each layerwise thickness would not be constrained. Data's input and output, calculate procedures are operated visually. The foundation settlement can be calculated out not by tables and figures but by visualization. It is shown that these promotions are practical to compute foundation settlement.

Key words: layerwise summation method; soil's stress and void ratio; settlement; visual programming

1 前 言

计算各种建筑物基础的沉降是岩土工程领域的一个基本问题, 通常用分层总和法计算沉降, 但传统的分层总和法有以下一些缺点: (a) 荷载分布形式为均匀分布或三角形分布, 没有考虑一般形式的分布 (比如二次分布); (b) 附加应力计算通常使用查表的方法, 查表时确定荷载变化边、基础长短边容易引起失误, 采用角点法分割荷载时比较繁琐, 双线性内插法确定附加应力系数容易引起误差; (c) 通过查压缩曲线图来确定不同应力下土层的孔隙比, 比较繁琐、误差也大; (d) 计算沉降需要把每一压缩层划分成很多细层并确定压缩层计算深度, 实际计算过程因人而异, 缺乏严格的比较基础, 计算结果的重复性差; (e) 即使是上述条件相同, 由于大多数设计或计算人员采用手算或简单电算的方

法, 往往得出不同的计算结果。

针对这些缺点, 本文对分层总和法计算沉降的传统方法做了较多的改进, 附加应力计算使用其原始积分形式, 压缩曲线假定为双曲线形式, 并采用最小二乘法拟合处理, 计算过程和结果通过 Matlab6.1 平台下的可视化应用程序得到实现。这样, 荷载分布可为任意形式, 计算附加应力和沉降不需要查表、查图, 压缩层计算深度与细层厚度不受人为因素制约, 计算过程快速便利, 计算结果重复性好, 所编可视化应用程序具有较大的推广应用价值。

2 理论基础

如图 1, 设基础底面以下压缩层计算深度范围内土层共有 m 层, 将第 j ($j=1, \dots, m$) 层土分为 n 层细层, 其中第 i 细层 ($i=1, \dots, n$) 土层厚度为 $h_{(j,i)}$,

该细层在自重应力 $p_{1(j,i)}$ 与附加应力 $p_{2(j,i)}$ 作用下, 对应的孔隙比由 $e_{1(j,i)}$ 变为 $e_{2(j,i)}$, 则第 j 层土的压缩量为 $S_j = \sum_{i=1}^n \frac{e_{1(j,i)} - e_{2(j,i)}}{1 + e_{1(j,i)}} h_{(j,i)}$, 基础底面的最终沉降量为

$$S = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \frac{e_{1(j,i)} - e_{2(j,i)}}{1 + e_{1(j,i)}} h_{(j,i)} \quad (1)$$

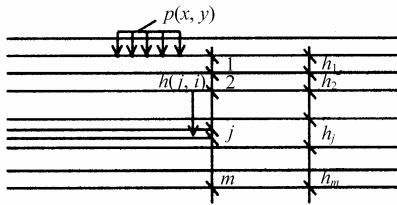


图1 沉降计算剖面

Table 1 The profile of settlement calculation

由式(1)可知, 为了得到基础底面在外荷作用下的沉降 S , 要解决三个问题: (1)确定土中各点的自重应力 $p_{1(j,i)}$ 与附加应力 $p_{2(j,i)}$; (2)确定自重应力 $p_{1(j,i)}$ 与总应力 $p_{1(j,i)} + p_{2(j,i)}$ 对应的孔隙比 $e_{1(j,i)}$ 与 $e_{2(j,i)}$; (3)在沉降的具体计算过程中, 还要确定压缩层计算深度与每一细层的厚度。下面结合沉降的可视化编程对上述3个问题的传统方法逐一进行改进。

3 几点改进

3.1 附加应力的计算

根据土层埋深(或厚度)以及土的基本物理力学性质指标可以确定自重应力 $p_{(j,i)}$, 而附加应力 $p_{(j,i+1)}$ 则由 Boussineq(下简称布氏)解或 Mindlin(下简称明氏)解积分求得。

各向同性半无限空间均质弹性体在表面一点(设其坐标为 $(0, 0, 0)$) 与地面以下一点(设其坐标 $(0, 0, c)$) 的垂直集中力 Q 的作用下, 表面以下任意一点(设其坐标为 (x, y, z)) 的竖向附加应力为[分别为布氏解与明氏解]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{3Qz^3}{2[x^2 + y^2 + z^2]^{5/2}} \\ \sigma_z &= \frac{Q}{8(1-\mu)} \left[\frac{(1-2\mu)(z-c)}{R_1^3} - \frac{(1-2\mu)(z+c)}{R_2^3} + \frac{3(3-4\mu)z(z+c)^2 - 3c(z+c)(5z-c)}{R_2^5} + \frac{3(z-c)^3}{R_1^5} + \frac{30cz(z+c)^3}{R_2^7} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

或者统一地写为

$$\sigma_z = Q\sigma(x, y, z, \mu, c) \quad (3)$$

式中 μ 为土的泊松比; $R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-c)^2}$;

$$R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+c)^2}.$$

如果基础底面 F 范围内作用一分布荷载 $p(x, y)$ (见图2), 则土中某点 $M(x, y, z)$ 的竖向附加应力可以通过积分获得:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \iint_F d\sigma_z \\ &= \iint_F \sigma(x, y, z, \mu, c, \xi, \eta) p(x, y) d\xi d\eta \end{aligned} \quad (4)$$

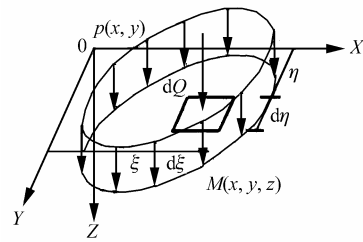


图2 分布荷载下的附加应力计算

Fig. 2 The calculation of additional stresses under distributed loads

根据不同的荷载分布函数 $p(x, y)$ 和基础形式 F 使用式(4)进行积分, 从而, 计算 $M(x, y, z)$ 处的附加应力 σ_z 。传统方法计算附加应力时, 由于受到传统计算技术的限制, $p(x, y)$ 通常取均匀分布或三角形分布, 面积 F 取矩形、条形、圆形中的一种, 根据(4)式得到很多不同情况的计算表格。这样, 在计算附加应力时就必然要查询许多表格并要进行双线性内插, 显然, 这一过程容易造成误差并且重复性差, 在计算机计算速度高度发展的今天, 应该对其进行改进, 计算积分时可以直接使用原始的积分公式(4)。

由(4)式可知, 使用原始公式计算附加应力, 经常要计算复杂函数的积分, 可以利用 Matlab6.1 中强大的符号计算功能。计算附加应力 σ_z , 可以在控件的回调函数中使用命令:

$$\sigma_z = \text{int}(\text{int}(f(x,y)', 'x', a1, b1), a2, b2, y)$$

这里, $f(x,y)$ 是(4)式中的被积函数, 可以写成一个 Matlab 文件或者内联函数。因为是符号积分, 被积函数中的字符都必须用 syms 命令定义为符号, 积分结果调用时还需要将符号转化为数值。这样, 被积函数中的荷载分布可以是任意形式, 不再必须是直线(三角形分布)或常量(均匀分布), 从而,

不需要查表确定附加应力系数, 因此, 不会出现查表时常碰到的荷载分布、基础形状确定问题, 也就不会出现双线性内插带来的误差。

3.2 孔隙比的确定

根据室内土工压缩试验可得应力 $\{p_{(j,k)}\}$ 及其对应的孔隙比 $\{e_{(j,k)}\}$ ($k=1, \dots, l$, l 为加荷级数), 由此得到压缩曲线, 传统的方法是根据已经求得的自重应力和附加应力查压缩曲线图获得 $e_{1(j,i)}$ 和 $e_{2(j,i)}$, 见图 3。查图确定孔隙比不仅比较繁琐、存在误差、而且, 对于同一条压缩曲线, 不同的计算人员会得出不同的结果, 增加了计算结果的不可比性, 也难以比较不同结果的误差根源。下面对查图确定孔隙比的传统方法作一改进。

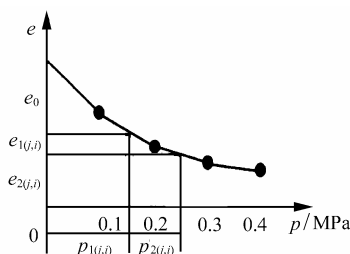


图 3 沉降计算中确定孔隙比的传统方法

Fig. 3 The traditional method for the determination of void's ratio in settlement calculation

根据大量的土工试验结果, 在工程应力水平下, 土层的压缩曲线 ($e-p$ 曲线) 具有如下 4 个方面的特征:

- (1) $p=0$ 时, $e=e_0$ (e_0 为初始孔隙比);
- (2) $p \rightarrow +\infty$ 时, $e \rightarrow e'$ (由于土体成因类型的复杂性与不同的级配情况, 土体既不是最紧密状态, 更不可能达到孔隙比为零的状态, 但在较大的外部应力作用下孔隙比趋于常值 e');

- (3) $\frac{de}{dp} < 0$, 即压缩曲线的斜率为负;

- (4) $\frac{d^2e}{dp^2} < 0$, 即压缩曲线呈上凹型曲线。作

者曾对上海明珠线等工程地基土的 5 000 多条压缩试验曲线进行数据拟合, 发现用双曲线模型拟合压缩曲线具有很好的一致性, 造成的误差并不比手工查图的更大。据此, 可把压缩曲线 ($e-p$ 曲线) 假定为图 4 所示的双曲线形式 (式中 a, b 为待求参数):

$$e = e_0 + \frac{p}{a + bp} \quad (5)$$

根据式 (5), 要确定自重应力 $p_{1(j,i)}$ 与总应力 $p_{1(j,i)} + p_{2(j,i)}$ 对应的孔隙比 $e_{1(j,i)}$ 与 $e_{2(j,i)}$, 必须预先知道土

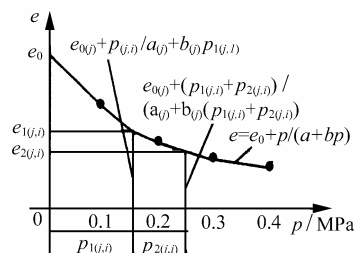


图 4 压缩曲线的非线性拟合

Fig. 4 The nonlinear fitting of compression curve

层拟合参数 $[a_{(j)} b_{(j)}]$ 。 $[a_{(j)} b_{(j)}]$ 可以用非线性最小二乘法加以确定: 赋 $[a_{(j)} b_{(j)}]$ 以搜索初始值 $[a_{0(j)} b_{0(j)}]$ (比如 $[1 \ 0]$), 把压缩试验所得法向正应力 $\{p_{(j,k)}\}$ 与对应的孔隙比 $\{e_{(j,k)}\}$ ($k=1, \dots, l$, l 为加荷级数) 作为输入资料, 然后, 调用 lsqnonlin 函数, 就可求得使拟合值与实际值误差平方和达到极小值的 $[a_{(j)} b_{(j)}]$ 。

根据式 (5), 可以由自重应力 $p_{1(j,i)}$ 与总应力 $p_{1(j,i)} + p_{2(j,i)}$ 确定对应的孔隙比 $e_{1(j,i)}$ 和 $e_{2(j,i)}$ (见图 4)。

3.3 计算深度与细层厚度的确定

在分层总和法计算沉降的传统方法中, 沉降计算过程通常是非可视化操作, 必须对数据与文件的输入、输出格式进行较多的说明与限制, 还要规定一定的压缩层计算深度并把其中的每一土层分为一定厚度的细层。理论上, 压缩层计算深度应当是无穷大、细层的厚度应当是无穷小。压缩层计算深度越大、每一土层的细层数目越多, 计算就越符合实际情况, 但随着压缩层计算深度的增大, 每一土层划分细层数的增多, 计算工作量呈指数速度迅速增加, 因此, 有关规范规定了压缩层计算深度 (比如规定附加应力小于自重应力的 0.2 倍或 0.1 倍) 并对每一土层的细层数作了限制 (比如细层厚度不小于基础宽度的 0.4 倍)。由于压缩层计算深度、划分的细层数数目因人而异, 不同人员将得到不同的沉降计算结果。

作者在 Matlab 平台上编制沉降应用程序时, 将压缩层计算深度、每一土层的分层数直接在界面上输入, 通过不同控件的回调函数, 计算不同深度的附加应力与基础底面的沉降, 所有输入、输出数据均可可视化处理, 这样, 不仅数据与文件的输入、输出格式不再受到限制, 压缩层计算深度、划分细层数也可以比规范的要求更高, 并且, 计算过程简单便利, 计算结果重复性好, 具有较大的推广应用价值。

3.4 计算界面的改进与可视化操作

在计算附加应力、确定孔隙比、开发基础底面沉降计算的应用程序时, 作者采用美国 Math Works

公司发布的 Matlab6.1 工作平台,进行了可视化编程,关于 Matlab 语言的详细情况,可以参看文献[2]。使用可视化编程计算沉降时,直接使用 Matlab6.1 中的 GUI (GUI 是 Graphics User Interfaces 的缩写,指“图形应用界面”)进行编程。一般情况下,沉降问题的可视化编程过程主要包括可视化的界面处理、附加应力计算、孔隙比的确定等几个方面。

界面处理的可视化主要包括菜单制作、控件制作与操作过程的可视化 3 个部分。

(1) 菜单制作可以在 Matlab6.1 平台直接添加菜单即可。比如,要进行文件保存,将某一菜单的 Label 属性定义为“文件”、其 Callback (回调函数) 属性定义为“FileSaveAs”。

(2) 控件制作 主要是使用回调函数或称 Callback 函数,把回调函数设定为一个 Matlab 文件,不同控件的相互调用、界面的可视化处理、操作过程的可视化实现、应力和沉降的计算可以使用该文件完成,这样,可以使得数据和应用程序得到更好地维护。

(3) 操作过程的可视化 通常包括编程过程的可视化和应用程序操作时的可视化。编程过程的可视化直接调用 Matlab6.1 中的 GUI 即可,操作过程可视化的实现是在 Callback 函数中对获得数据、数据处理、赋予结果等方面使用 Matlab 命令。要获得当前图形界面(gcbf)上标签 Edit1 的字符并转化为数值,使用命令:

`p1 = eval (get(findobj(gcbf,'Tag','Edit1'),'String'));`
把数值 `p1` 赋予当前图形界面(gcbf)上为标签 Edit2 的控件则使用命令:

`set(findobj(gcbf,'Tag','Edit2'),'String',p1);`

数据处理时,要计算附加应力和沉降并把结果以图形的方式显示出来,只要在对应的回调函数中使用 Matlab 语言中的相关命令即可。

3.5 算例

以文献[3]中的例题 2-6 为例,比较传统方法与本文方法。荷载情况数为 3,三个基础底面均为 5 m

×4 m,埋深 1.5 m,平均附加应力为 100 kPa,基础中心距 6 m,地下水位埋深 3.5 m。土层分 3 层:①填土,底板埋深 1.5 m, $\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$;②粉质粘土,底板埋深 5.50 m, $\gamma = \gamma_{\text{sat}} = 19.5 \text{ kN/m}^3$, $e_0 = 0.863$, $e_{0.1} = 0.771$, $e_{0.2} = 0.728$, $e_{0.3} = 0.710$, $e_{0.4} = 0.705$;③粘土,未见底(计算时底板埋深取 9.5 m), $\gamma_{\text{sat}} = 20.1 \text{ kN/m}^3$, $e_0 = 1.030$, $e_{0.1} = 0.896$, $e_{0.2} = 0.845$, $e_{0.3} = 0.818$, $e_{0.4} = 0.799$ 。文献[3]用 4 个版面,通过查表内插与查图得出中间基础中心的沉降计算值为 153 mm,用作者编制的可视化程序,不需查表、查图、内插,重复性好,沉降计算值为 158.3 mm (布氏解)与 147.2 mm (明氏解),说明本文方法切实可行,具有较好地推广应用价值。

4 结 论

本文对传统的分层总和法计算基础底面沉降作了一些改进:

(1) 计算附加应力时,不需要查表确定附加应力系数,而直接使用原始计算公式,通过可视化编程编制适当的积分函数,简单快速地计算不同情况下的附加应力;

(2) 不同应力下的孔隙比,不再需要查压缩曲线图确定,而把压缩曲线假定为双曲线形式进行非线性最小二乘法拟合,计算过程方便快捷;

(3) 通过可视化编程进行沉降计算,数据与文件的输入、输出格式、压缩层计算深度、划分细层数不再受到过多的限制,并且计算过程简单便利、计算结果重复性好,具有较好的推广应用价值。

参 考 文 献

- [1] 高大钊主编. 土力学与基础工程[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1998. 9: 49—55.
- [2] 导向科技, Matlab6.0 程序设计与实例应用[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2001.
- [3] 华南理工大学等, 地基及基础(第三版)[M]. 北京: 中国建筑出版社, 1998. 6: 53—55, 79—81.